UNIVERSIDAD NACIONAL DE SANTIAGO DEL ESTERO FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y TECNOLOGÍAS

Carreras: –Profesorado en Informática

–Programador Universitario en Informática

Asignatura: LÓGICA AÑO: 2022

UNIDAD 3 – LÓGICA DE PREDICADOS

**GUÍA DE TRABAJOS PRÁCTICOS n° 3**

1. Proponga **dos** ejemplos de sustitución **verdaderos** y **dos** ejemplos de sustitución

**falsos** para cada una de las siguientes **funciones proposicionales: 1.1. x3 + 3 = 30**

Ejemplos verdaderos:

a = 3

p(a) = 33 + 3 = 30

Ejemplos falsos:

b = 5

p(b) = 53 + 3 = 30

c = 4

p(c) = 43 + 3 = 30

* 1. **x** es menor o igual que **y**

Ejemplos verdaderos:

a = 3

b = 4

p(a,b) = 3 es menor o igual que 4

c = 10

d = 12

p(c,d) = 10 es menor o igual que 12

Ejemplos falsos:

e = 6

f = 3

p(e,f) = 6 es menor o igual que 3

g = 10

h = 7

p(g,h) = 10 es menor o igual que 7

* 1. **x** es número impar

Ejemplos verdaderos:

a = 5

p(a) = 5 es número impar

b = 7

p(b) = 7 es número impar

Ejemplos falsos:

c = 4

p(c) = 4 es número impar

d = 6

p(d) = 6 es número impar

* 1. **x** es divisor de **16**

Ejemplos verdaderos:

a = 2

p(a) = 2 es divisor de 16

b = 4

p(b) = 4 es divisor de 16

Ejemplos falsos:

c = 5

p(c) = 5 es divisor de 16

d = 10

p(d) = 10 es divisor de 16

* 1. x es múltiplo de 3

Ejemplos verdaderos:

a = 3

p(a) = 3 es múltiplo de 3

1. En cada uno de los siguientes enunciados deberá:
   1. Distinga **sujetos** de **predicados.**
   2. Simbolícelos.
   3. **x** es un número.

p(x) = x es un numero

p(x) F.P (Función Proposicional)

Predicado monadico

* 1. **x** no es un número.

p(x) = x no es un numero

**~** p(x) F.P

Predicado monadico

p(x) = x es un numero par

p(x) F.P

Predicado monadico

* 1. 8 es un número impar.

p(x) = x es numero impar

p(x) F.P

Proposición:

a = 8 p(a) = 8 es un numero impar

Predicado monadico

* 1. 5 es un número pero no es par.

p(x) = x es un número

q(x) = x es par

p(x) **∧ ~** q(x) F.P

Proposición:

a = 5

p(a) = 5 es un numero

q(a) = 5 es par

Predicado monadico

* 1. No se da el caso de que **x** sea un número par.

p(x) = x es un numero par

**~** p(x) F.P

Predicado monadico

* 1. No es cierto que 4 sea un número impar.

p(x) = x es un numero impar

**~** p(x) F.P

Predicado monadico

* 1. La Matemática es exacta.

p(x) = x es exacta

p(x) F.P

Proposición:

a = matemática

p(a) = La Matemática es exacta

Predicado monadico

* 1. La Matemática y la Lógica son ciencias formales.

p(x) = x es una ciencia formal

p(x) **∧** p(x) F.P

a = matemática

b = lógica

p(a) = La Matemática es una ciencia formal

p(b) = La Lógica es una ciencia formal

Proposición:

p(a) **∧** p(b)

Predicado monadico

* 1. 2 es par y primo.

p(x) = x es par

q(x) = x es primo

p(x) **∧** q(x) F.P

a = 2

p(a) **∧** q(a) Proposicion

Predicado monadico

* 1. 4 es par o 5 es primo.

p(x) = x es par

q(x) = x es primo

p(x) ∨ q(x) F.P

a = 4 b= 5

p(a) ∨ q(b) Proposición

Predicado monadico

* 1. Si 6 es mayor que 3 y 3 es mayor que 2, entonces, 6 es mayor que 2.

p(x,y) = x es mayor que

p(x,y) **∧** p(x,y)⇒ p(x,y) F.P

a = 6 b = 3 c = 2

p(a,b) **∧** p(b,c)⇒ p(a,c) Proposicion

Predicado diadico

* 1. Si **x** es par, entonces es múltiplo de 2.

p(x) = x es par Predicado monadico

q(x,y) = x es multiplo de y Predicado diadico

a = 2

p(x)⇒ q(x,a) F.P

* 1. Juan baila el tango.

p(x): x baila al tango

p(x) F.P

a = Juan

p(a) Proposicion

Predicado monadico

* 1. Fulano baila el tango.
  2. **x** está entre **y** y **z**
  3. Pedro llevó a Carlos a España.
  4. **x** es múltiplo de **y** pero no de **z**
  5. Si 12 es múltiplo de 2 y de 3 entonces es múltiplo de 6.
  6. Si Santiago del Estero está al norte de Córdoba entonces está al norte de La Pampa.

1. Simbolice las siguientes **funciones proposicionales** y determine sus respectivos

conjuntos de verdad:

3.1. U = N ; x + 5 = 7

p(x): x + 5 = 7

Conjunto de verdad: P = {2}

3.2. U = N ; x2 = 81

p(x): x2 = 81

P = {9}

3.3. U = Z ; x2 = 81

p(x): x2 = 81

P = {-9,9}

3.4. U = Z ; x – 2 = 5

p(x): x- 2 = 5

P = {7}

3.5. U = R ; |x| = 5

p(x): |x| = 5

P = {-5,5}

3.6. U = R ; |x|  3

|  |  |
| --- | --- |
| p(x): |x| < 3 | CA |
| P = (-3,3) | |x| < 3 ⇔ -3 < x < 3  (-3,3) |

3.7. U = R ; |x|  4

|  |  |
| --- | --- |
| p(x): |x| > 4 | CA |
| P = (-∞,-4) U (4,∞) | |x| > 4 ⇔ x > 4 ∨ x < -4  (-∞,-4) U (4,∞) |

3.8. U = R ; |x + 2| = 4

|  |  |
| --- | --- |
| p(x): |x + 2| = 4 | CA |
| P = {-6,2} |  |

3.9. U = R ; |x + 3|  5

|  |  |
| --- | --- |
| p(x): |x + 3| ≤ 5 | CA |
| P = [-8,2] | |x + 3| ≤ 5 ⇔ -5 ≤ x + 3 ≤ 5  ⇔ - 5 - 3 ≤ x ≤ 5 – 3 ⇔ -8 ≤ x ≤ 2  [-8,2] |

3.10. U = R ; |x + 4|  7

|  |  |
| --- | --- |
| p(x): |x + 4| ≥ 7 | CA |
| P = (-∞,-11] U (3,∞) | |x + 4| ≥ 7 ⇔ x + 4 ≥ 7 ∨ x + 4 ≤ - 7  ⇔ x ≥ 7 - 4 ∨ x ≤ - 7 -4 ⇔ x ≥ 3 ∨ x ≤ - 11  (-∞,-11] U (3,∞) |

3.11. U = R ; |2x + 3|  10

|  |  |
| --- | --- |
| p(x): |2x + 3|  10 | CA |
| P = (-∞,-7/2) U (7/2,∞) | |2x + 3|  10 ⇔ 2x + 3 > 10 ∨ 2x + 3 < - 10  ⇔ 2x > 10 - 3 ∨ 2x < - 10 -3  ⇔ x > 7/2 ∨ x < - 7/2  (-∞,-7/2) U (7/2,∞) |

3.12. U = R ; |2x + 6|  12

|  |  |
| --- | --- |
| p(x): |2x + 6| < 12 | CA |
| P = (-9,3) | |2x + 6| < 12 ⇔ - 12 < 2x + 6 < 12  ⇔ -12 – 6 < 2x < 12 -6  ⇔ -18/2 < x < 6/2 ⇔ -9 < x < 3  (-9,3) |

* Para los siguientes ejercicios considere **U = R**

3.13. |2x + 1| = 5 y 0  x  4

|  |  |
| --- | --- |
| p(x): |2x + 1| = 5  q(x): 0  x  4 | CA |
| p(x) ∧ q(x)  P = {2}  Q = [0,4]  P ⋂ Q = {2} | |2x + 1| = 5 ⇔ 2x + 1 = 5 ⇔ 2x = 5 -1  ⇔ x = 4/2 ⇔ x = 2 |

* 1. **O bien |x| ≤ 2, o bien |x|  2**

|  |  |
| --- | --- |
| p(x): |x| ≤ 2  q(x): |x|  2 | CA |
| p(x) ∨ q(x)  P = [-2,2]  Q = (- ∞, -2) U (2, ∞)  P U Q = (-∞,∞) = ℝ | |x| ≤ 2 ⇔ -2 ≤ x ≤ 2  |x|  2 ⇔ x > 2 ∧ x < - 2 |

* 1. **Si 2x + 3 = 7, entonces |x|  3**

|  |  |
| --- | --- |
| p(x): 2x + 3 = 7  q(x): |x|  3 | CA |
| p(x) ⇒ q(x) ≡ ~p(x) ∨ q(x)  P = {2}  Q = [-3,3]  P U Q = = | 2x + 3 = 7  2x = 4  x = 2  |x|  3 ⇔ -3 ≤ x ≤ 3 |

* 1. **2x = 14 sí y solo sí x = 7**

|  |  |
| --- | --- |
| p(x): 2x = 14  q(x): x = 7 | CA |
| p(x) ⇔ q(x) ≡ (p(x) ∧ q(x)) ∨ (~p(x) ∧ ~q(x))  P = {7}  = ℝ - {7}  Q = {7}  = ℝ - {7}  (P ⋂ Q) ⋃ ( ) = ℝ - {7} | 2x = 14  x = 7 |

* 1. **Si 2x + 1 = 7 entonces |x| = 3**

|  |  |
| --- | --- |
| p(x): 2x + 1 = 7  q(x): |x| = 3 | CA |
| p(x) ⇒ q(x) ≡ ~p(x) ∨ q(x)  P = {3}  = ℝ - {3}  Q = {-3,3}  ⋃ Q = ℝ | 2x + 1 = 7  2x = 6  x = 3 |

* 1. **|2x| = 10 sí y solo sí x = 5 ó x = –5**

|  |  |
| --- | --- |
| p(x): |2x| = 10  q(x): x = 5  r(x): x = -5 | CA |
| p(x) ⇔ q(x) ∨ r(x)  ≡ (p(x) ∧ (q(x) ∨ r(x))) ∨ (~p(x) ∧ ~(q(x) ∨ r(x)))  ≡ (p(x) ∧ (q(x) ∨ r(x))) ∨ (~p(x) ∧ (~q(x) ∧ ~r(x)))  P = {-5,5}  = ℝ - {-5,5}  Q = {5}  = ℝ - {5}  R = {-5}  = ℝ - {-5}  (P ⋂ (Q ⋃ R)) U ( ⋂( ⋂ )) = {-5,5} U (ℝ - {-5,5} ⋂ ℝ - {-5,5})  = ℝ |  |

* 1. **Si |2x – 3|  1 y 2x = 4 entonces |x|  2**

|  |  |
| --- | --- |
| p(x): |2x – 3|  1  q(x): 2x = 4  r(x): |x|  2 | CA |
| p(x) ∧ q(x) ⇒ r(x) ≡ (~p(x) ∨ ~q(x)) ∨ r(x)  P = [1,2]  = (-∞,1) U (2,∞)  Q = {2}  = ℝ - {2}  R = (-2,2)  U U R = ℝ - {2} | |2x – 3|  1 ⇔ -1 ≤ 2x – 3 ≤ 1 ⇔ 2 ≤ 2x ≤ 4 ⇔  ⇔ 1 ≤ x ≤ 2 ⇔ [1,2]  2x = 4  x = 2  |x|  2 ⇔ -2 < x < 2 ⇔ (-2,2) |

3.20. Si |x – 2|  1 entonces |x|  3 ó 3x – 5 = 4

|  |  |
| --- | --- |
| p(x): |x – 2|  1  q(x): |x|  3  r(x): 3x – 5 = 4 | CA |
| p(x) ⇒ q(x) ∨ r(x) ≡ ~p(x) ∨ (q(x) ∨ r(x))  P = (-∞,1] U [3,∞)  = (1,3)  Q = (-3,3)  R = {3}  U Q U R = (1,3) U (-3,3] = (-3,3] | |x – 2|  1⇔ x – 2 ≥ 1 ∨ x – 2 ≤ - 1  ⇔ x ≥ 3 ∨ x ≤ 1 ⇔ (-∞,1] U [3,∞)  |x|  3 ⇔ -3 < x < 3 ⇔ (-3,3)  3x – 5 = 4  3x = 9  x = 3 |

1. Para cada una de las siguientes **funciones proposiciones** realice lo siguiente:
2. Simbolice y determine el conjunto solución.
3. Dé **dos** ejemplos de sustitución que hagan **verdadera** a la proposición y **dos** que la hagan **falsa.**
4. Justifique su respuesta haciendo los cálculos que sean necesarios.

**4.1.** |𝐱| > 𝟑 a menos que **5x + 1 = 21**

p(x): |𝐱| > 𝟑 CA

P = (-∞, -3) U (3, ∞) |𝐱| > 𝟑 ⇔ x > 3 ∨ x < -3

q(x): **5x + 1 = 21 5x + 1 = 21** ⇒ 5x = 20 ⇒ x = 4

Q = {4}

p(x) ∨ q(x)

Ejemplo verdadero:

1. x = 4

p(4): |4| > 3 ⇒ 4 > 3 (Verdadero)

q(4): 5.4 + 1 = 21 ⇒ 20 + 1 = 21 ⇒ 21 = 21 (Verdadero)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| p(x) | ∨ | q(x) |
| V | V | V |

1. x = 22 = 4

p(4): |4| > 3 ⇒ 4 > 3 (Verdadero)

q(4): 5.(4) + 1 = 21 ⇒ 20 + 1 = 21 ⇒ 21 = 21 (Falso)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| p(x) | ∨ | q(x) |
| V | V | V |

Ejemplos Falsos:

1. x = -3

p(-3): |-3| > 3 ⇒ 3 > 3 (Falso)

q(-3): 5.(-3) + 1 = 21 ⇒ -15 + 1 = 21 ⇒ -14 ≠ 21 (Falso)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| p(x) | ∨ | q(x) |
| F | F | F |

1. x = 3

p(3): |3| > 3 ⇒ 3 > 3 (Falso)

q(3): 5.(3) + 1 = 21 ⇒ 15 + 1 = 21 ⇒ 16 ≠ 21 (Falso)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| p(x) | ∨ | q(x) |
| F | F | F |

**4.2.** No ocurre que |𝐱 − 𝟏| ≤ 𝟒

p(x): |𝐱 − 𝟏| ≤ 𝟒

~p(x)

Ejemplo Verdadero:

1. x = 4

p(4): |4 − 𝟏| ≤ 𝟒 ⇒|3| ≤ 4 ⇒ 3 ≤ 4 (Verdadero)

|  |  |
| --- | --- |
| ~ | p(x) |
| F | V |

1. x = 3

p(3): |3 − 𝟏| ≤ 𝟒 ⇒|2| ≤ 4 ⇒ 2 ≤ 4 (Verdadero)

|  |  |
| --- | --- |
| ~ | p(x) |
| F | V |

Ejemplo Falso:

1. x = -5

p(-5): |-5 − 𝟏| ≤ 𝟒 ⇒|-6| ≤ 4 ⇒ 6 ≤ 4 (Falso)

|  |  |
| --- | --- |
| ~ | p(x) |
| V | F |

1. x = -4

p(-4): |-4 − 𝟏| ≤ 𝟒 ⇒|-5| ≤ 4 ⇒ 5 ≤ 4 (Falso)

|  |  |
| --- | --- |
| ~ | p(x) |
| V | F |

**4.3.** |𝟑𝐱 + 𝟏| < 𝟕 pero **x  0**

p(x): |𝟑𝐱 + 𝟏| < 𝟕

q(x): **x  0**

p(x) ∧ q(x)

Ejemplo verdadero:

1. x = 1

p(1): |3.1 + 1| < 7

|3 + 1| < 7

| 4 | < 7

4 < 7 (Verdadero)

q(1): 1  0 (Verdadero)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| p(1) | ∧ | q(1) |
| V | V | V |

1. x = 0

p(1): |3.0 + 1| < 7

|1| < 7

| 1| < 7

1 < 7 (Verdadero)

q(0): 0  0 (Verdadero)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| P(0) | ∧ | q(0) |
| V | V | V |

Ejemplos Falsos:

1. x = -8

p(-8): |3.(-8) + 1| < 7

|-24 + 1| < 7

| -23 | < 7

23 < 7 (Falso)

q(-8): -8  0 (Falso)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| P(-8) | ∧ | q(-) |
| F | F | F |

1. x = -9

p(-9): |3.(-9) + 1| < 7

|-27 + 1| < 7

| -26 | < 7

26 < 7 (Falso)

q(-9): -9  0 (Falso)

**4.4.** Cuando |𝟒𝐱 + 𝟑| < 𝟓 entonces |𝐱| > 𝟏

**4.5.** Si |𝐱| > −𝟑 ó |𝐱| < 𝟐 entonces −𝟐 < |𝟐𝐱 + 𝟑| < 𝟕

1. En las siguientes expresiones marque con un **círculo** las variables **libres** y decida si son **proposiciones** o **funciones proposicionales:**

5.1. x: p(x)  q(x) F.P 5.5. p(a)  q(y) F.P

5.2. x: (p(x)  q(x)) Proposición 5.6. p(a)  x: (q(x)  r(x)) Proposición

5.3. x: (p(x)  q(x)  r(x)) Proposición 5.7. x: x + y = 2 F.P

5.4. y: (p(y)  q(y))  r(y) F.P 5.8. x: (p(x)  q(x)  r(y)) F.P

1. **Simbolice** los siguientes enunciados:
   1. Todo es perecedero.

p(x): x es perecedero

* 1. No todo es perecedero.

p(x): x es perecedero

* 1. Nada es perecedero.

p(x): x es perecedero

* 1. Algo no es perecedero.

p(x): x es perecedero

* 1. Algo es perecedero.

p(x): x es perecedero

* 1. Nadie canta.

p(x): x canta

* 1. Alguien llega tarde.

p(x): x llega tarde

* 1. Si Marta llega, todos saldremos.

p(x): x llega

q(x): x saldremos

* 1. **x** canta aunque todos estudian.

p(x): x canta

q(x): x estudia

* 1. Si todos cantan, nadie baila.

p(x): x canta

q(x): x baila

1. Use la notación de la lógica de funciones proposicionales y cuantificadores para simbolizar cada una de las siguientes proposiciones:
   1. Todos son inteligentes.

p(x): x es inteligente

* 1. Alguien llama.

p(x): x llama

* 1. Nadie contesta.

p(x): x contesta

* 1. Si todos estudian, ninguno desaprueba.

p(x): x estudia

q(x): x desaprueba

* 1. Algunos no entienden.

p(x): x entiende

* 1. Ningún alumno estudioso es aplazado.

p(x): x es alumno estudioso

q(x): x es aplazado

* 1. Hay alumnos que no leyeron a Jorge Luis Borges.

p(x): x es alumno

q(x): x leyó a Jorge Luis Borges

* 1. No todos los alumnos conocen las leyes de la Lógica.

p(x): x es alumno

q(x): x conoce las leyes de la Lógica

* 1. No todos los números son positivos.

p(x): x es un número

q(x): x es positivo

* 1. Algunos números naturales son primos.
  2. Todo número es par o impar.
  3. Si todos los enteros negativos son menores que cero entonces algunos son pares.

p(x): x es entero negativo

q(x,y): x es menor que y a = 0

r(x): x es par

* 1. **U = Z ;** Para cualquier número entero **x, y** se cumple que: **x  y ó x = y ó x  y.**

p(x,y): x < y

q(x,y): x = y

r(x,y): x > y

* 1. **U = N ;** Para cualquier número natural **x, y** se cumple que: si **x  y** entonces

x  y y x  y.

p(x,y): x **** y

q(x,y): x  y

r(x,y): x  y

* 1. **U = R ;** Para cualquier número real **x, y, z** se cumple que: si **x  y** y **y  z**

entonces **x  z**.

p(x,y): x < z

1. Proponga **dos** ejemplos de sustitución para **todas** las **leyes** de la **lógica cuantificacional.**
2. Use las **leyes de intercambio de cuantificadores** para obtener fórmulas equivalentes:

9.1. x: (p(x)  q(x)) ≡ x: ~ (p(x)  q(x)) ≡ x: (p(x) ∧ q(x))

9.2. x: (p(x)  q(x)) ≡ ~x: ~(p(x)  q(x)) ≡ ~x: (p(x) ∨ q(x))

9.3. x: (p(x)  q(x)) ≡ ~x: (p(x)  q(x))

9.4. x: (p(x)  q(x)) ≡ x: (p(x)  q(x))

9.5. x: (p(x)  (q(x)  r(x))) ≡ ~x: (p(x)  (q(x)  r(x))) ≡ ~x: (p(x) ∧ ( q(x) ∨ r(x)))

≡ ~x: (p(x) ∧ q(x) ∧ r(x))

9.6. x: (p(x)  q(x)  r(x)) ≡ ~x: ~ (p(x)  q(x)  r(x)) ≡ ~x: ((p(x)  q(x)) ∧ ~r(x))

9.7. x: (p(x)  q(x)  r(x)) ≡ ~x: ~(p(x)  q(x)  r(x)) ≡ ~x: (p(x)  q(x) ∧ r(x))

9.8. x: (p(x)  q(x)  r(x)) ≡ x: ~(p(x)  q(x)  r(x)) ≡ x: (p(x) ∧ ~(q(x)  r(x)))

≡ x: (p(x) ∧ (~q(x) ∨ ~r(x)))

9.9. x: ((p(x)  q(x))  r(x)) ≡ ~x: ~((p(x)  q(x))  r(x)) ≡ ~x: ((~ p(x) ∧ ~ q(x))  ~r(x))

9.10. x: (p(x)  (q(x)  r(x))) ≡ x: ~(p(x)  (q(x)  r(x))) ≡ x: ~(p(x)  (q(x)  r(x)))

≡ x: (~p(x)  ~ (q(x)  r(x))) ≡ x: (~p(x)  (q(x)  r(x)))

1. **Niegue** las **12** primeras fórmulas de la Actividad **7** y retradúzcalas al lenguaje coloquial
2. Siempre que sea posible, transforme las siguientes fórmulas mediante la **distribución de los cuantificadores:**

11.1. x: (p(x)  q(x)) ≡ x: p(x)  x: q(x)

11.2. x: (p(x)  q(x)  r(x)) ≡ x: p(x)  x: q(x)  x: r(x)

11.3. x: (p(x)  q(x)) ≡ x: p(x)  x: q(x)

11.4. x: (p(x)  q(x)) ≡ x: p(x)  x: q(x)

11.5. x: p(x)  x: (q(x)  r(x)) ≡

116. x: (p(x)  q(x))  x: r(x)

11.7. x: s(x)  x: (p(x)  q(x))

11.8. x: r(x)  x: s(x)

11.9. x: (p(x)  q(x))  x: r(x)

11.10. x: (p(x)  (q(x)  r(x)))

1. Use las leyes de **distribución de cuantificadores** y las **implicaciones** para obtener un enunciado **equivalente** o una **implicación,** si fuera posible, para cada uno de los siguientes enunciados:
   1. Algún número es par y positivo. **12.6.** Todo es bueno o malo.
   2. Todo es blanco o todo es negro. **12.7.** Hay autos y camiones.
   3. Algo es eterno o algo es inmóvil. **12.8.** Algo es finito o eterno.
   4. Hay pintores y hay escultores. **12.9.** Todos cantan y todos bailan.
   5. Todo se mueve y se transforma. **12.10.** Alguien canta y alguien baila.